

Formelsammlung zur Finanzmathematik

1. Einmalige Zahlungen ($q = 1 + p$)

$$K_n = K_0 \cdot q^n$$

$$K_0 = \frac{K_n}{q^n}, \quad n = \frac{\ln\left(\frac{K_n}{K_0}\right)}{\ln q}, \quad q = \left(\frac{K_n}{K_0}\right)^{\frac{1}{n}}$$

2. Regelmäßige Zahlungen

$$v = \begin{cases} 0, & \text{nachschüssig} \\ 1, & \text{vorschüssig} \end{cases}$$

monatlich - jährlich:

$$q_j = q_m^{12}, \quad q_m = (q_j)^{\frac{1}{12}}$$

Rentenendwert

$$REW = K_n = r q^v \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$r = \frac{K_n(q-1)}{q^v(q^n-1)}$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{K_n(q-1)}{rq^v} + 1\right)}{\ln q}$$

Rentenbarwert

$$RBW = \frac{REW}{q^n} = r q^v \frac{q^n - 1}{(q-1)q^n}$$

$$r = \frac{RBW \cdot q^n (q-1)}{q^v (q^n - 1)}$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{rq^v}{rq^v - RBW(q-1)}\right)}{\ln q}$$

3. Gemischte Zahlungen

Endwert, Barwert

$$EW = K_0 q^n + r q^v \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$BW = \frac{EW}{q^n}$$

Restschuld

$$RS = K_0 q^n - r q^v \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$r = \frac{(K_0 \cdot q^n - RS)(q-1)}{(q^n - 1)q^v}$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{rq^v - RS(q-1)}{rq^v - K_0(q-1)}\right)}{\ln q}$$

Spezialfall: RS = 0

$$r = \frac{K_0 q^n (q-1)}{(q^n - 1)q^v}$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{rq^v}{rq^v - K_0(q-1)}\right)}{\ln q}$$

Effektivzins

Lösung der Gleichung

$$r q^v \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} - K_0 q^n = 0$$

Soll- und Effektivzinssatz

$$p_{soll} = 12 \left(\left(1 + p_{eff} \right)^{(1/12)} - 1 \right)$$

$$p_{eff} = \left(1 + \frac{p_{soll}}{12} \right)^{12} - 1$$