

Finanzmathematik - Lösungen



Aufgabe 1

(a) $K_1 = 2080,00$; $K_2 = 2163,20$; $K_3 = 2249,73$; $K_n = 2000 \cdot 1,04^n$

(b) $K_n = K_0 \cdot q^n$

Aufgabe 2

Beispiel-Formel:

(C8) $n = 3$, $p = 4\%$

$=\$A\$2*(1+C\$4)^{\$A8}$

	A	B	C	D	E	F	G
1	Zinseszins						
2	4000	= Ko					
3							
4	n	3%	4%	5%	6%	7%	8%
5	0	4000,00	4000,00	4000,00	4000,00	4000,00	4000,00
6	1	4120,00	4160,00	4200,00	4240,00	4280,00	4320,00
7	2	4243,60	4326,40	4410,00	4494,40	4579,60	4665,60
8	3	4370,91	4499,46	4630,50	4764,06	4900,17	5038,85
9	4	4502,04	4679,43	4862,03	5049,91	5243,18	5441,96
10	5	4637,10	4866,61	5105,13	5352,90	5610,21	5877,31
11	6	4776,21	5061,28	5360,38	5674,08	6002,92	6347,50
12	7	4919,50	5263,73	5628,40	6014,52	6423,13	6855,30
13	8	5067,08	5474,28	5909,82	6375,39	6872,74	7403,72
14	9	5219,09	5693,25	6205,31	6757,92	7353,84	7996,02
15	10	5375,67	5920,98	6515,58	7163,39	7868,61	8635,70

Aufgabe 3

Zeile	K ₀	q	n	K _n
(1)	4000	1,06	5	5352,90
(2)	4483,55	1,06	5	6000
(3)	4000	1,08447	5	6000
(4)	4000	1,06	6,96	6000

$$K_n = K_0 \cdot q^n \quad K_0 = \frac{K_n}{q^n} \quad n = \frac{\ln\left(\frac{K_n}{K_0}\right)}{\ln q} \quad q = \left(\frac{K_n}{K_0}\right)^{\frac{1}{n}}$$

Aufgabe 4

(a)

Monate	K
6	10295,63
9	10446,71
12	10600,00
24	11236,00

(b) $q_m = 1,004868$; $p_m = 0,4868 \%$ (c) $q_m = q_j^{1/12}$ $q_j = q_m^{12}$

Aufgabe 5

(a)

$$\begin{aligned} & 800 \cdot 1,06^5 + 800 \cdot 1,06^4 + \dots + 800 \cdot 1,06^1 \\ & = 800 \cdot 1,06 \cdot (1,06^4 + 1,06^3 + 1,06^2 + 1,06^1 + 1) \\ & = 4780,25 \end{aligned}$$

(b)

$$q^{n-1} + \dots + q + 1 = \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad REW = 800 \cdot 1,06 \cdot \frac{1,06^5 - 1}{1,06 - 1} = 4780,25$$

$$REW = r q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Aufgabe 6

(a)

$$\begin{aligned} & 800 \cdot 1,06^4 + 800 \cdot 1,06^3 + \dots + 800 \\ & = 800 \cdot (1,06^4 + 1,06^3 + 1,06^2 + 1,06^1 + 1) \\ & = 4509,67 \end{aligned}$$

(b)

$$q^{n-1} + \dots + q + 1 = \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad REW = 800 \cdot \frac{1,06^5 - 1}{1,06 - 1} = 4509,67$$

$$REW = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$REW = rq^v \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad v = \begin{cases} 1, \text{vorschüssig} \\ 0, \text{nachschüssig} \end{cases}$$

Aufgabe 7

(a) 3572,08

(b) 3369,89

(c)

$$RBW = \frac{REW}{q^n} = rq^v \cdot \frac{q^n - 1}{(q - 1)q^n} \quad v = \begin{cases} 1, \text{vorschüssig} \\ 0, \text{nachschüssig} \end{cases}$$

Aufgabe 8

Zeile	r	q	n	v	REW	RBW
(1)	2000	1,06	5	0	11274,19	8424,73
(2)	2000	1,06	5	1	11950,64	8930,21
(3)	2128,76	1,06	5	0	12000	8967,10
(4)	2000	1,0913	5	0	12000	7753,52
(5)	2000	1,06	5,28*	0	12000	8823,53*
(6)	2373,96	1,06	5	0	13382,26	10000

* Die Rentenendwertformel gilt nur für ganzzahlige n.

$$r = \frac{REW \cdot (q - 1)}{q^v (q^n - 1)} \quad n = \frac{\ln \left(\frac{REW \cdot (q - 1)}{rq^v} + 1 \right)}{\ln q} \quad n = \frac{\ln \left(\frac{rq^v}{rq^v - RBW(q - 1)} \right)}{\ln q}$$

Die Auflösung nach q ist i.a. nicht möglich, d.h. es gibt keine allgemeine Formel, die den zugrundeliegenden Zinssatz liefert, wenn man mit einer regelmäßigen Zahlung r über eine Laufzeit n einen Rentenendwert REW erzielen möchte. q lässt sich also nur durch mehr oder weniger geschicktes "Probieren" ermitteln.

Aufgabe 9

Zeile	r	q _j	q _m	n	v	REW	RBW
(1)	200	1,08	1,006434	48	0	11205,70	8236,52
(2)	200	1,08	1,006434	48	1	11277,79	8289,52
(3)	214,18	1,08	1,006434	48	0	12000	8820,36
(4)	200	1,1161	1,009196	48	0	12000	7733,19
(5)	200	1,08	1,006434	50,90*	0	12000	8657,75*
(6)	242,82	1,08	1,006434	48	0	13604,89	10000

* Die Rentenendwertformel gilt nur für ganzzahlige n.

Aufgabe 10

Beispiel-Formel:

(B8) $n = 2$

nachschüssig: $B8 = B7 * \$A\$3 + \$A\1
 vorschüssig: $B8 = (B7 + \$A\$1) * \$A\3
 allgemein: $B8$
 $= B7 * \$A\$3 + \$A\$1 * \$A\$3 ^ \$A\4

	A	B
1	200,00	= r
2	1,0800	= qj
3	1,006434	= qm
4	0	= v
5	n	REW
6	0	0,00
7	1	200,00
8	2	401,29
...
52	46	10666,71
53	47	10935,34
54	48	11205,70

Aufgabe 11

$$K_n = K_0 q^n + r q^v \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad v = \begin{cases} 1, \text{vorschüssig} \\ 0, \text{nachschüssig} \end{cases}$$

$$RS = K_0 q^n - r q^v \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad v = \begin{cases} 1, \text{vorschüssig} \\ 0, \text{nachschüssig} \end{cases}$$

- (a) $K_4 = 10687,00$
 (b) $K_{2,5} = 7904,98$ ($K_2 = 7678,00$)
 (c) $RS = 1937,77$

Aufgabe 12

$$r q \frac{q^{18} - 1}{q - 1} = 2000 q^{24}$$

- (a) $q = 1,12 \Rightarrow q_m = 1.00949, r = 127,26$
 (b) $r = 150,00 \Rightarrow q_m = 1,021334, q_j = 1,2883$

Aufgabe 13

(a) Bezugszeitpunkt: Ende des 10. Jahres

erhalten: $REW_{24} = 13272,56$. Nach weiteren 8 Jahren ... $REW_{120} = 28450,91$
 zurückgezahlt: $REW_{60} = 15434,35$
 Differenz: 13016,56

(b) Barwert der Differenz = 5018,45 = Differenz der Barwerte

Aufgabe 14

$q_m = 1,012139$

$$REW = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} + r_0 = 3882,09 + 70,24 = 3952,33$$

$$RBW = \frac{REW}{q^n} = \frac{3952,33}{1.01214^{32}} = 2686,37$$

Aufgabe 15

- (a) $q_m = 1.009489; RS = 54334,26$
 (b) $r = 1404,22$

(c)

$$n = \frac{\ln \frac{RS(q-1) - rq}{K_0(q-1) - rq}}{\ln q}$$

$$= 38.84 \text{ (39 Monate)}$$

(d) $q = 1.1785$

Aufgabe 16

- (a) $q_j = 1,1745$
 (b) $q_m = 1,011065 \quad q_j = 1,1412$
 (c) $q_m = 1,010716 \quad q_j = 1,1365$



[zurück zu den Aufgaben](#)